



# Observatoire astronomique de la Pointe du diable



# 1. Le télescope Schmidt-Cassegrain

Sous une coupole de 3,60 m, l'observatoire abrite un télescope de type *Schmidt-Cassegrain*.

- **Cassegrain**, cela signifie que le miroir principal est percé de telle sorte qu'un miroir secondaire placé sur le même axe optique renvoie le foyer à l'arrière du tube optique.
- **Schmidt**, cela signifie que le tube optique est fermé par une lame de verre.

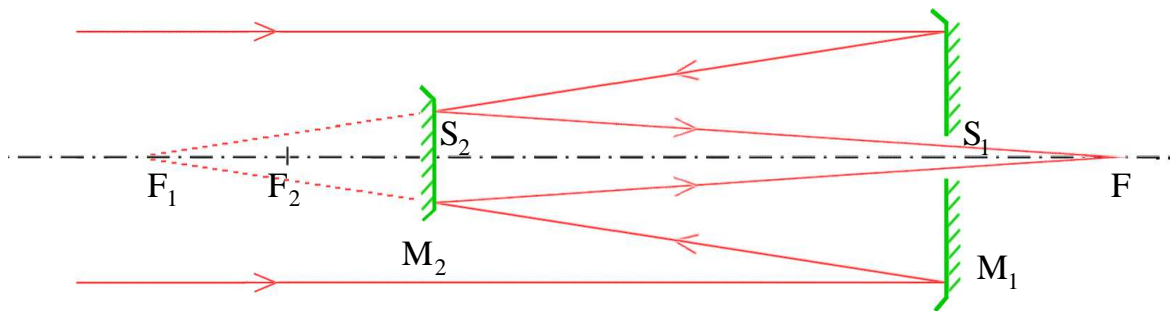


Ce télescope est fabriqué en France par la société *Valméca* à Puimichel.

# 1.1. Un peu d'optique géométrique

## 1.1.1. Le montage Cassegrain dans l'approximation de Gauss

$F_1$  (foyer du miroir  $M_1$ ) et  $F$  (foyer du télescope) sont conjugués par rapport au miroir  $M_2$ .

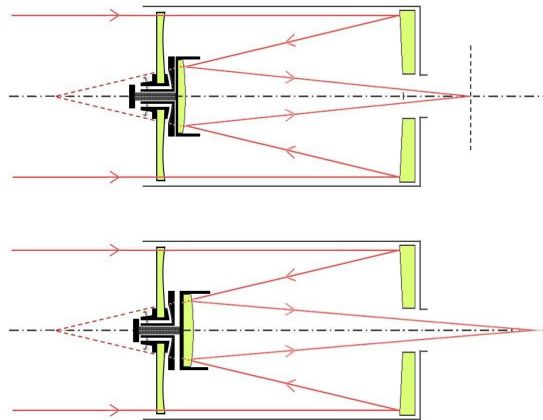


Cela s'écrit  $\frac{1}{S_2F} + \frac{1}{S_2F_1} = \frac{1}{S_2F_2}$ , ou encore, en posant  $\begin{cases} f_1 = \overline{F_1S_1} > 0 \\ f_2 = \overline{S_2F_2} < 0 \end{cases}$  et  $\begin{cases} L = \overline{S_2S_1} > 0 \\ \ell = \overline{S_1F} > 0 \end{cases}$

$$\frac{1}{L+\ell} + \frac{1}{L-f_1} = \frac{1}{f_2} \quad \text{soit} \quad \ell = \frac{f_2(f_1-L)}{f_1-L+f_2} - L$$

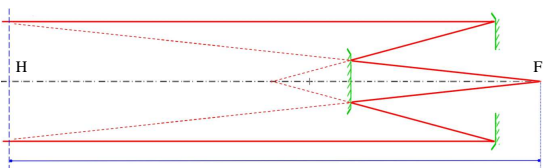
Application numérique :  $f_1 = 1000 \text{ mm}$  ;  $f_2 = -346 \text{ mm}$  ;  $\begin{cases} L_{\min} = 740 \text{ mm} \Rightarrow \ell_{\max} = 306 \text{ mm} \\ L_{\max} = 760 \text{ mm} \Rightarrow \ell_{\min} = 24 \text{ mm} \end{cases}$

Propriété intéressante : nous disposons d'une latitude de réglage de 20 mm dans le positionnement du miroir secondaire. Cela correspond à une latitude de 282 mm dans la position du foyer du télescope.



## 1.1.2. Distance focale

— Détermination du plan principal image

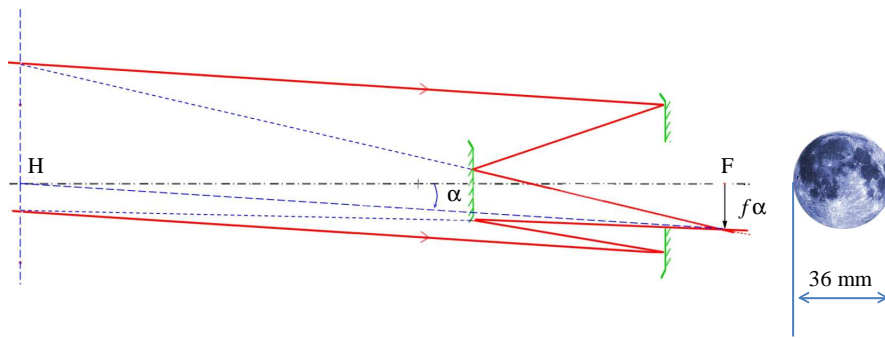


Le plan principal image, d'abscisse  $H$ , est défini comme le plan de grandissement unité. La distance focale du système centrée est la distance entre le plan principal image et le foyer image.

Distance focale :  $f = HF = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - L}$

Application numérique : pour  $L = 740 \text{ mm}$  :  $f = 4023 \text{ mm}$

— Images réelles dans le plan focal

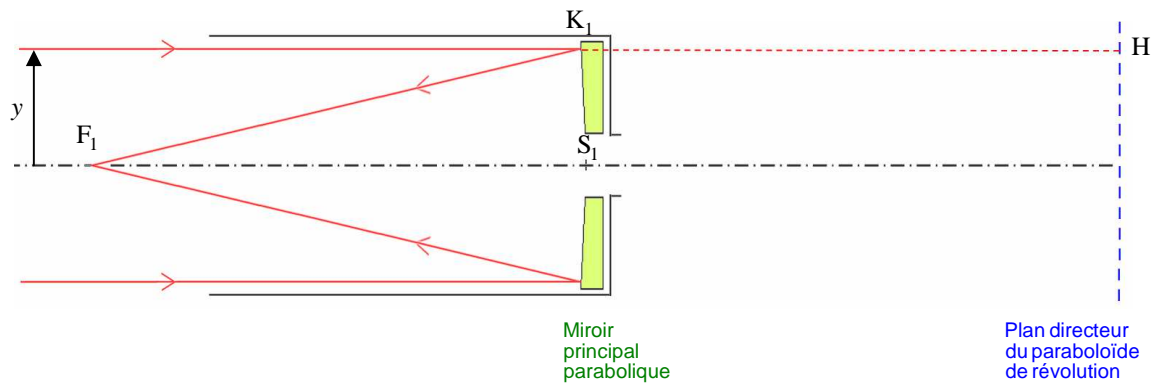


Rayon de l'image réelle de la Lune dans le plan focal : pour  $\alpha = 15' = 4,5 \times 10^{-3}$  rad,  $f\alpha = 18$  mm

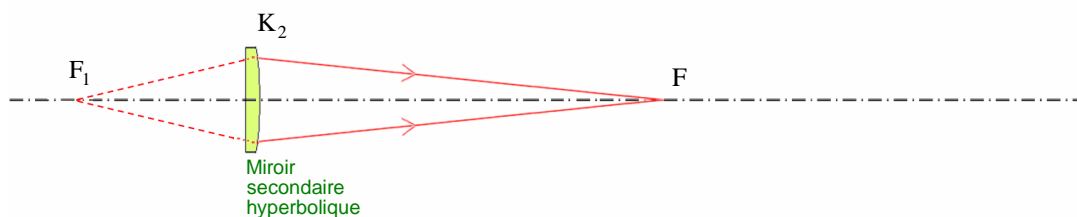
### 1.1.3. Conditions d'un stigmatisme rigoureux au foyer

En l'absence de lame de fermeture, le montage Cassegrain peut être rigoureusement stigmatique au foyer dès lors que les deux conditions suivantes sont satisfaites :

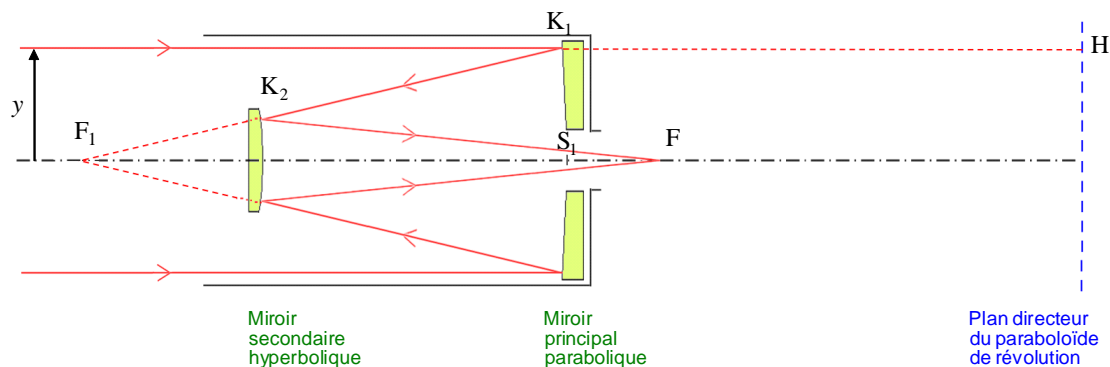
1. Le miroir principal doit être parabolique.  $F_1$  étant le foyer de la parabole, la distance  $HK_1 + K_1F_1$  est alors indépendante de la cote d'attaque  $y$  du rayon incident.



2. Le miroir secondaire doit être hyperbolique, lieu des points de l'espace dont la différence des distances  $FK_2 - F_1K_2$  aux deux points fixes  $F_1$  et  $F$  est la même pour tous les rayons.



Ces deux conditions simultanément satisfaites définissent un système centré rigoureusement stigmatique pour un point à l'infini dans la direction de l'axe optique. De plus, la loi de la réflexion étant identique pour toutes les longueurs d'onde, il n'existe aucune aberration chromatique : c'est le montage Cassegrain.



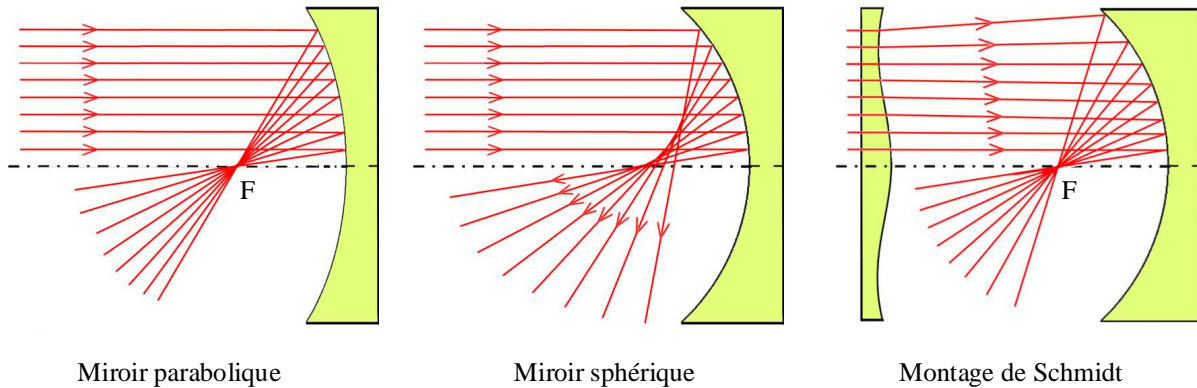
### 1.1.4. Aberrations de sphéricité

Le miroir principal du télescope Schmidt-Cassegrain est un miroir sphérique. Nous le savons, un tel miroir ne peut plus être considéré comme stigmatique dès lors que l'on s'écarte trop des conditions de Gauss.

Cette aberration de sphéricité, nous le verrons plus loin, sera corrigée grâce à la lame de Schmidt qui ferme le tube du télescope.



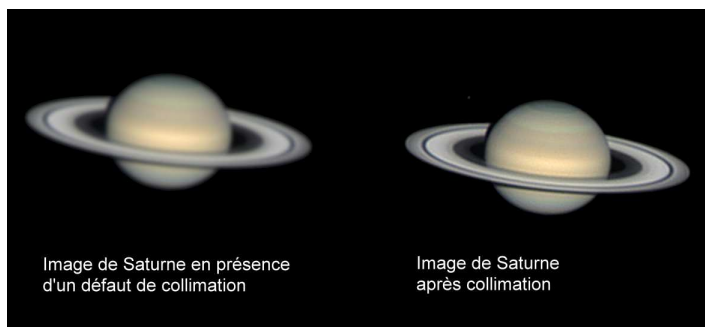
Le miroir principal, monté sur son barillet, est équipé d'un baffle anti-reflets



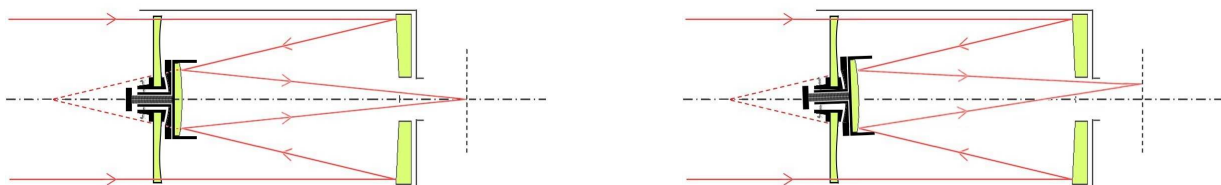
### 1.1.5. Importance de la collimation

Les études précédentes supposent que les deux miroirs face à face aient exactement le même axe optique.

Ce réglage de collimation est particulièrement bien étudié sur le télescope *Valméca*.



Le miroir secondaire, solidaire de la lame de Schmidt, est monté sur une liaison rotule centrée sur le foyer  $F_1$  du miroir principal (Dispositif dû à *Jean Texereau*). Grâce à cela, le réglage de collimation se fait sans modification de la focale de l'instrument, c'est-à-dire sans affecter la mise au point, ce qui simplifie beaucoup les choses !

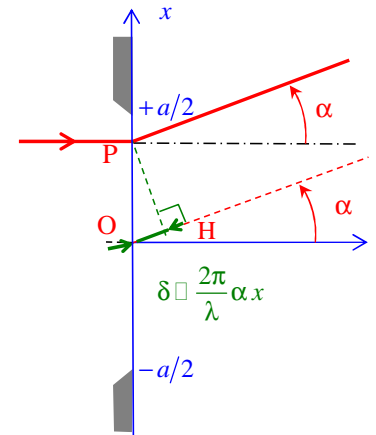


## 1.2. Un peu d'optique ondulatoire

### 1.2.1. Diffraction par une fente

C'est le calcul de diffraction le plus simple que l'on puisse imaginer : une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  est interceptée par une pupille en forme de fente rectangulaire très étroite de largeur  $a$  et très longue (de longueur  $b \gg a$ ).

La diffraction se produit alors uniquement dans la direction orthogonale à la longueur de la fente.



$$I(\alpha) \propto |a(\alpha)|^2$$

$$a(\alpha) = \frac{\sqrt{I_0}}{S} \iint_S e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\alpha x} dx dy = \frac{\sqrt{I_0}}{ab} \int_{-a/2}^{+a/2} e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\alpha x} dx \int_{-b/2}^{+b/2} dy$$

$$= \frac{\sqrt{I_0}}{a} \left[ \frac{e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\alpha x}}{\frac{2i\pi}{\lambda}\alpha} \right]_{-a/2}^{+a/2} = \sqrt{I_0} \frac{e^{i\frac{\pi\alpha a}{\lambda}} - e^{-i\frac{\pi\alpha a}{\lambda}}}{2i} \frac{1}{\frac{\pi\alpha a}{\lambda}} = \sqrt{I_0} \frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha a}{\lambda}} = \sqrt{I_0} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda}\right)$$

Nous avons donc démontré que dans le cas d'un faisceau diffracté par une fente, l'intensité lumineuse varie en fonction de l'angle d'ouverture  $\alpha$  du faisceau selon une loi sinus cardinal au carré :

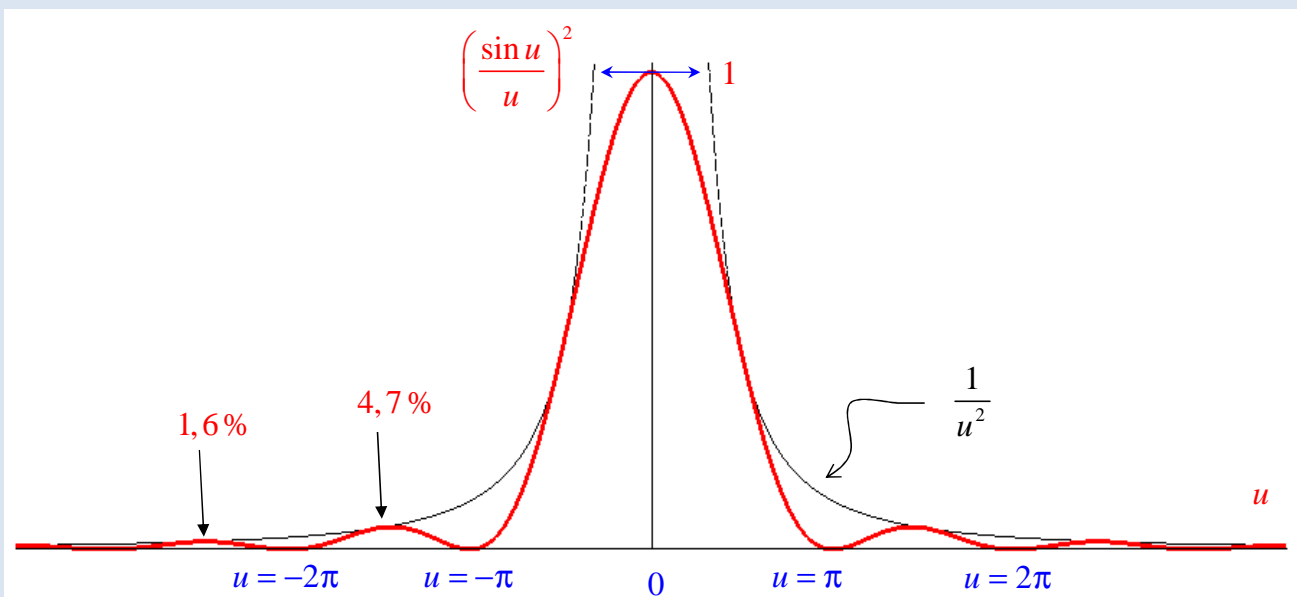
$$I = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda}\right)$$

#### La fonction sinus cardinal au carré

La fonction  $\operatorname{sinc}^2(u)$  s'annule pour toutes les valeurs de  $u$  multiples de  $\pi$ , sauf en  $u = 0$ .

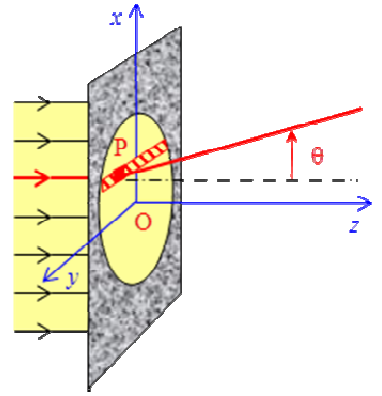
La fonction, majorée par  $\frac{1}{u^2}$ , coïncide avec son enveloppe pour les valeurs  $u_n = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

Les maxima secondaires se produisent pour des valeurs de  $u$  très proches des valeurs  $u_n$  et ont pour valeurs successives  $4,7\% \approx \frac{4}{9\pi^2}$  ;  $1,6\% \approx \frac{4}{25\pi^2}$  ; ... ;  $\frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2}$  ; ...



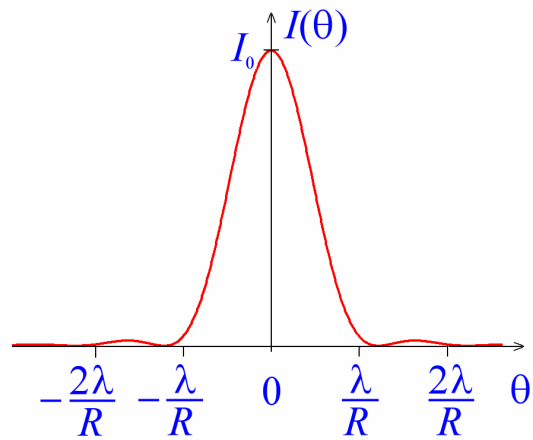
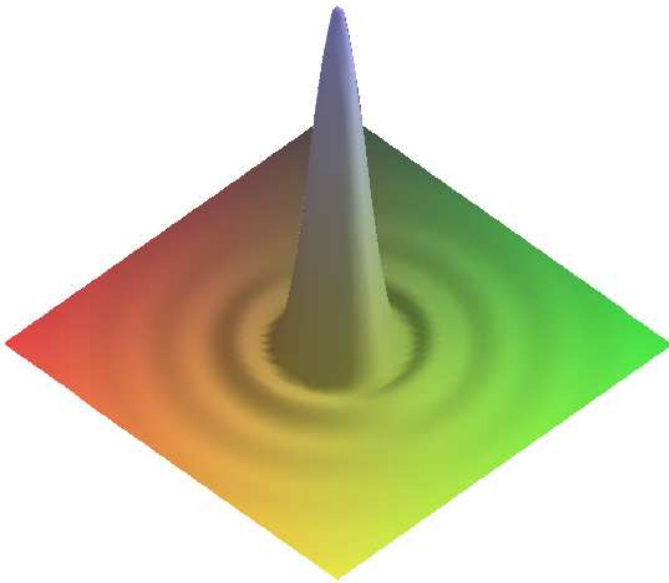
### 1.2.2. Diffraction par une ouverture circulaire

Une pupille circulaire de rayon  $R$  est éclairée normalement par un faisceau cylindrique de lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . L'amplitude diffractée dans une direction  $\theta$  du plan  $xOz$  s'exprime, dans l'approximation de Fraunhofer, par une intégrale du terme de phase étendue à la surface  $S$  de la pupille :



$$\underline{a}(\theta) \propto \frac{\sqrt{I_0}}{S} \iint_S e^{\frac{2i\pi\theta x}{\lambda}} dx dy = \frac{2\sqrt{I_0}}{\pi R^2} \int_{-R}^{+R} \sqrt{R^2 - x^2} e^{ik\theta x} dx \quad \text{et}$$

$$I(\theta) \propto |\underline{a}(\theta)|^2$$

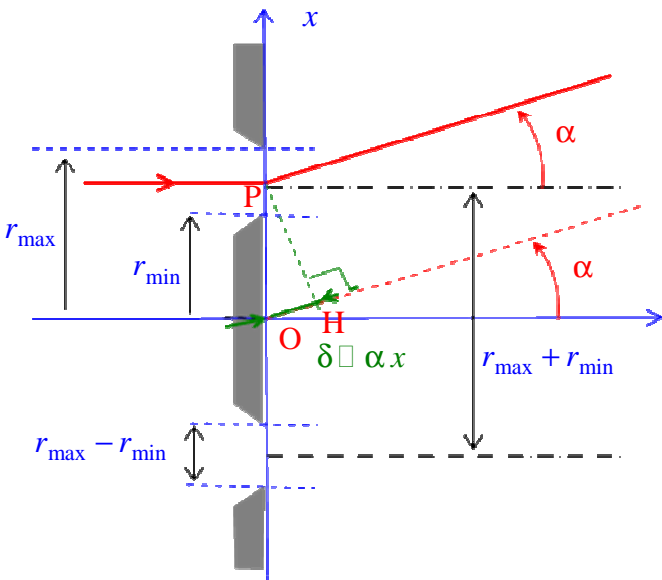


Application numérique :  $R = 200 \text{ mm}$  ;  $\lambda = 560 \text{ nm} \Rightarrow \theta_1 = 3,4 \times 10^{-6} \text{ rad} = 0,7''$

Par temps très calme, la turbulence atmosphérique est toujours supérieure à  $1''$ . Conclusion ?

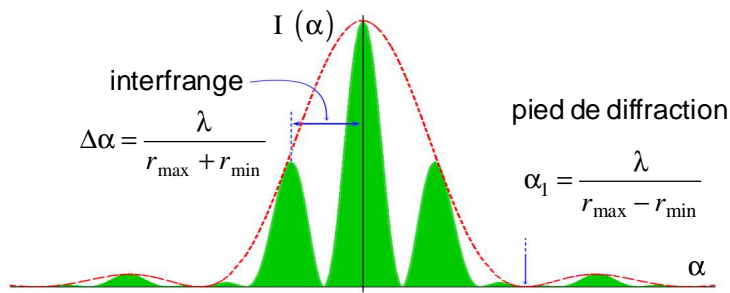
### 1.2.3. Exercice : fentes d'Young diffractantes

Voici un problème très classique dont verrons qu'il n'est pas sans rapport avec le fonctionnement de notre télescope : deux fentes parallèles sont éclairées normalement en lumière *cohérente spatialement* (faisceau incident parallèle) et *cohérente temporairement* (lumière incidente monochromatique).



$$I(\alpha) = I_0 \left| \frac{1}{S} \iint_S e^{\frac{2i\pi\alpha x}{\lambda}} dx dy \right|^2$$

$$= \frac{I_0}{2} \text{sinc}^2 \frac{\pi\alpha(r_{\max} - r_{\min})}{\lambda} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\alpha(r_{\max} + r_{\min})}{\lambda} \right)$$

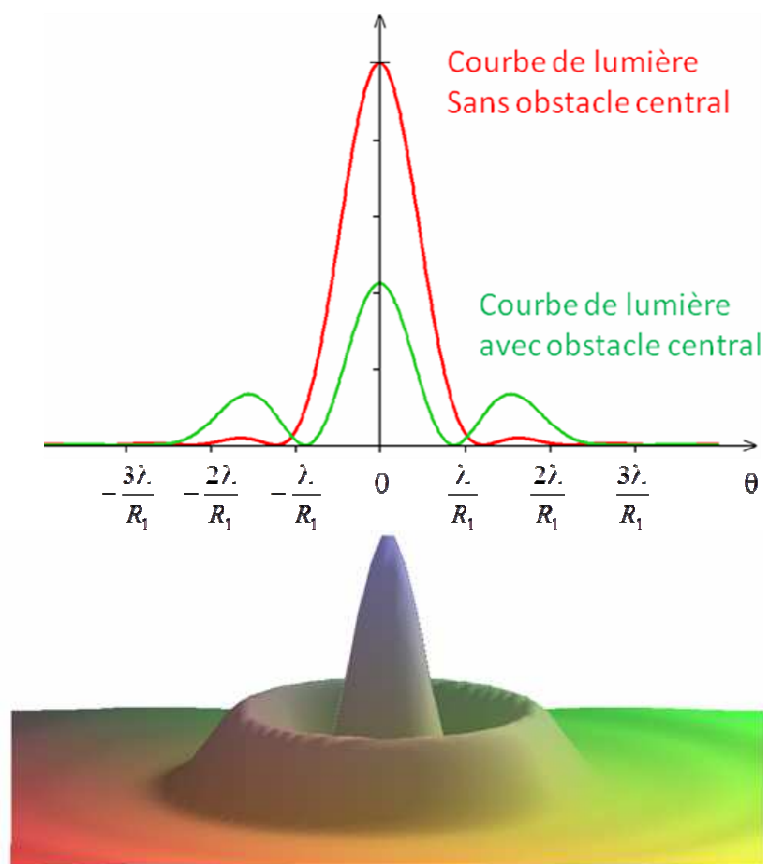


La courbe de lumière peut être interprétée comme un système de franges d'interférences modulées par une enveloppe correspondant à la diffraction par un motif.

### 1.2.4. Effet d'une obstruction centrale

L'ouverture du télescope, de rayon  $R_1 = 200$  mm, est obstruée en son centre par le miroir secondaire, de rayon  $R_2 = 70$  mm.

Le calcul théorique de diffraction fait apparaître que l'obstacle central a pour effet d'atténuer le lobe principal de diffraction au profit du premier anneau qui reçoit autant de lumière. Par contre, il n'y a pratiquement pas de lumière dispersée dans les anneaux d'ordres supérieurs à 1.



Cela mérite bien une comparaison avec les résultats de l'exercice précédent, non ?

## 1.3. Un peu plus ambitieux : la lame de Schmidt

### 1.3.1. Une idée simpliste

Le miroir sphérique a des bords plus épais que le miroir parabolique de même focale. La première idée consiste à donner plus d'épaisseur à la lame de verre fermant le tube du télescope de telle sorte que le retard pris par la lumière à traverser cette épaisseur supplémentaire soit rattrapé par l'avance à la réflexion sur le miroir sphérique.

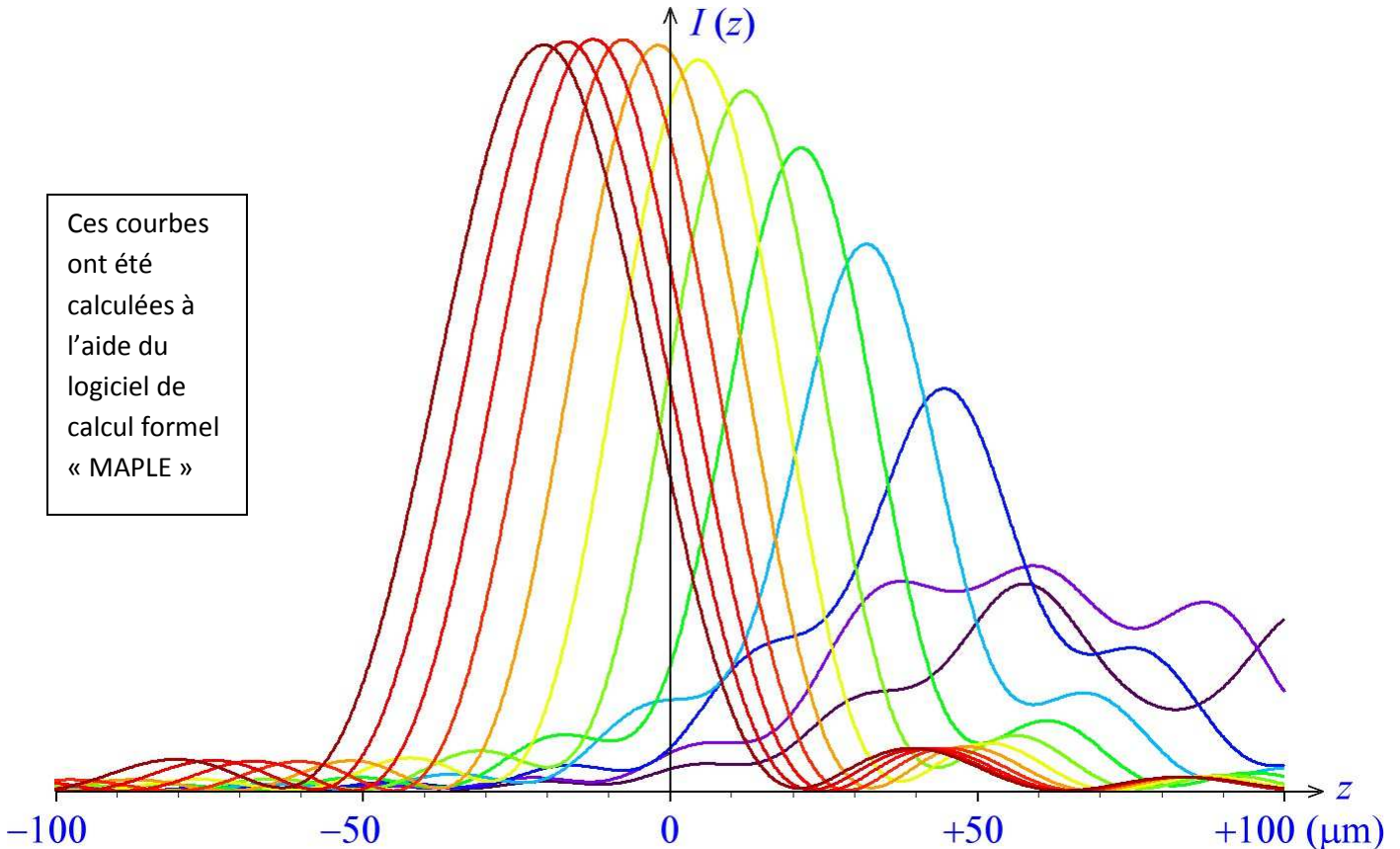
C'est gagnant-gagnant :



1— D'une part c'est un gros avantage que le tube soit fermé : les optiques sont à l'abri de la poussière et de nombreuses agressions inévitables.

2— D'autre part un miroir sphérique est beaucoup plus facile à réaliser qu'un miroir parabolique, et donc bien moins cher...

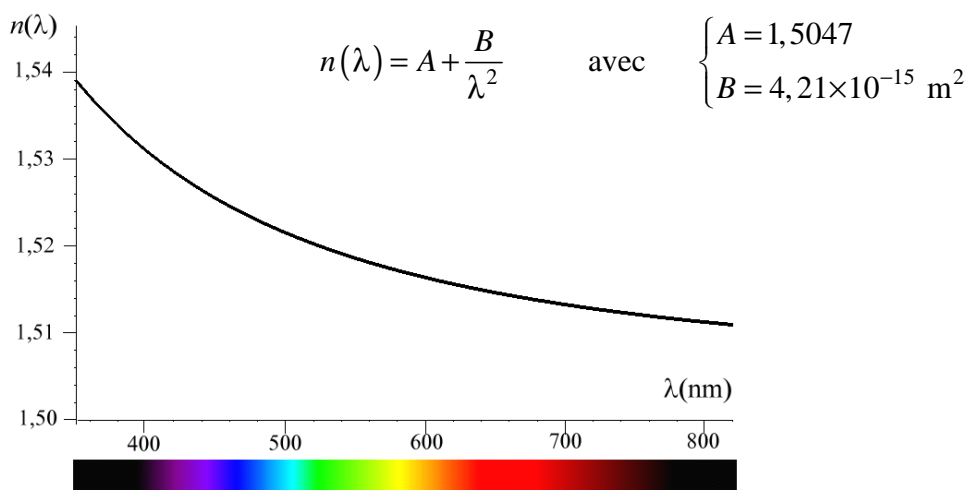
**Hélas !** Le verre est dispersif et, de ce fait, la correction de stigmatisme n'est pas la même pour toutes les longueurs d'ondes. Une lame de verre qui se limiterait à faire cela produirait des images irisées de piètre qualité.



Ce graphe correspond à l'intensité lumineuse calculée sur l'axe optique au voisinage du foyer dans le cas d'une lame de fermeture réalisant la correction de stigmatisme pour la raie verte du mercure ( $\lambda = 546 \text{ nm}$ ).

### 1.3.2. Dispersion de la lame de Schmidt

La lame de Schmidt est réalisée en verre borosilicate BK7 dont l'indice est une fonction décroissante de la Longueur d'onde lumineuse très bien décrite dans le domaine visible ( $400 \text{ nm} < \lambda < 750 \text{ nm}$ ) par une loi Cauchy :



### 1.3.3. Correction chromatique

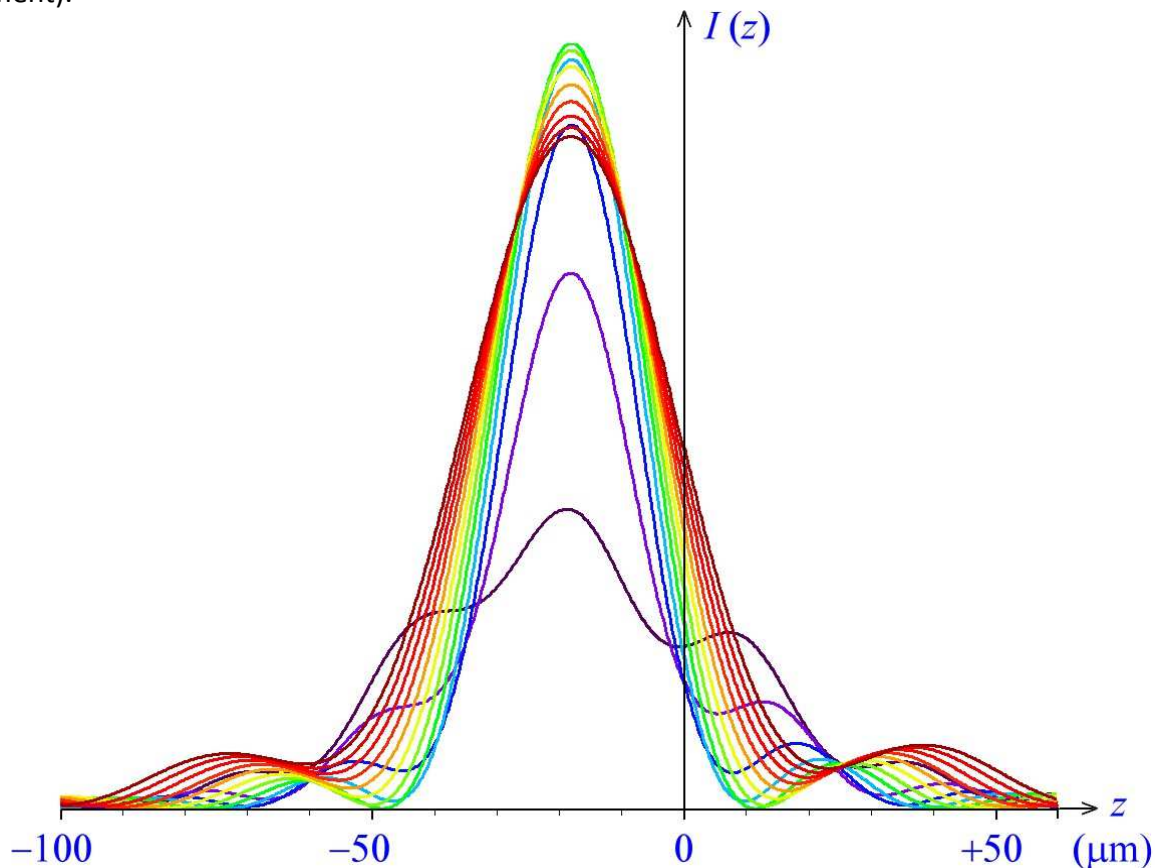
Nous retenons de l'étude précédente que l'on peut corriger l'astigmatisme du miroir sphérique pour la longueur d'onde centrale  $\lambda_0$  en taillant la lame de fermeture selon la loi du quatrième degré en  $r$  :

$$z_1(r) = \frac{1}{n(\lambda_0) - 1} \frac{r^4}{4R_1^3} \quad \text{où } R_1 \text{ est le rayon de courbure du miroir principal sphérique.}$$

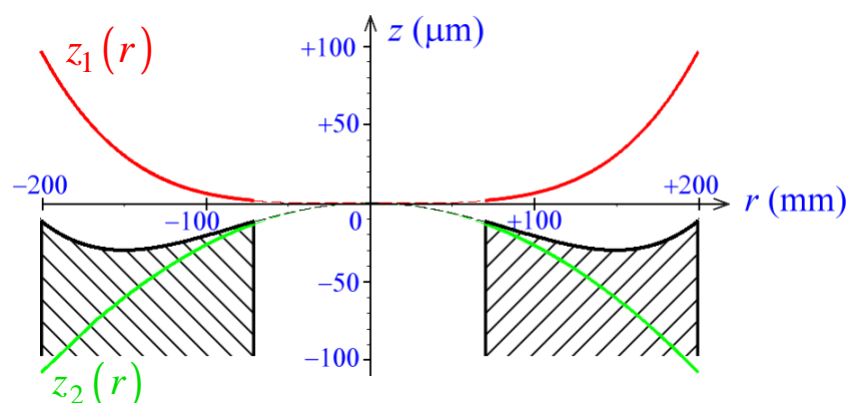
Le principe de la correction chromatique consiste à ajouter une lentille convergente dont l'épaisseur centrale est de l'ordre de grandeur d'une centaine de microns et dont la dispersion compense le défaut précédemment observé.

$$z_2(r) = -K \frac{r_{\max}^2 r^2}{R_1^3}$$

La constante sans dimension  $K$  est ajustée expérimentalement (pour notre télescope  $K = 0,54$  convient parfaitement).



Ce graphe correspond à l'intensité lumineuse calculée sur l'axe optique au voisinage du foyer dans le cas d'une lame de fermeture stigmatique et achromatique.



Le profil résultant  $z_1(r) + z_2(r)$  définit la forme de la lame de Schmidt achromatique.