



Défauts d'orthogonalité des axes d'une monture

1. Présentation du problème

Les défauts d'orthogonalité sont au nombre de deux. Le premier concerne la monture elle-même : il s'agit du défaut d'orthogonalité des deux axes de la monture. Le deuxième concerne la fixation du télescope à la monture dans le cas où l'axe optique du télescope n'est pas orthogonal à l'axe de déclinaison de la monture.

Défaut d'orthogonalité des axes α et δ de la monture

La monture présente un léger défaut d'orthogonalité entre l'axe horaire et l'axe de déclinaison. Nous noterons $\Delta\beta$ le défaut d'alignement de l'axe de déclinaison, compté positivement lorsque l'axe de déclinaison est incliné vers l'est, le télescope pointant vers l'équateur au méridien ($H = 0$ et $\delta = 0$).

Défaut d'orthogonalité de l'axe optique et l'axe δ

L'axe optique du télescope peut ne pas être parfaitement orthogonal à l'axe de déclinaison. Nous noterons $\Delta\chi$ le défaut d'alignement de l'axe optique du télescope, compté positivement lorsque l'axe optique est incliné vers l'est, le télescope pointant vers l'équateur au méridien.

Remarque : Pour une monture allemande, $\Delta\beta$ et $\Delta\chi$ sont définis le télescope étant placé à l'est afin d'observer à l'ouest (position « normale »). Dans la position duale (position « inversée »), le télescope étant placé à l'ouest dans le but de regarder à l'est, ces défauts d'orthogonalité changent de signe : ce sera d'ailleurs une méthode pour les mesurer.



Attention ! Le réglage de collimation du télescope change la valeur de $\Delta\chi$. Il faut donc avant toute chose s'assurer d'une bonne collimation du télescope, c'est-à-dire d'un bon alignement de toutes les pièces optiques : le miroir principal, le miroir secondaire et les oculaires doivent avoir le même axe de symétrie —éventuellement coudé, dans le cas d'un montage de type « Newton »—. L'axe du miroir principal définit l'axe optique du télescope.

Nous étudions les conséquences de ces défauts dans le but de corriger le pointage de l'instrument avec l'espoir d'atteindre la précision de la minute d'arc, soit 3×10^{-4} radian.

Dans la mesure où cela est possible, ces défauts angulaires devront être corrigés directement sur l'installation. Mais on atteint assez vite une situation telle que les défauts angulaires sont plus faciles à mesurer qu'à corriger : on utilise alors un modèle de pointage permettant de corriger par le calcul tous les défauts de pointage résiduels ayant un caractère fidèle. Les résidus de calcul pourront être négligés

s'ils sont très petits par rapport à 3×10^{-4} , ce qui revient à dire que, le plus souvent, nous pourrions nous contenter dans nos calculs de développements limités au premier ordre.

Remarque : Pour les scientifiques, une erreur « fidèle » est une erreur prévisible, les mêmes causes produisant les mêmes effets.

2. Visée équatoriale d'un astre

Pour définir une direction dans le ciel, nous définissons un système de coordonnées locales :

— Les coordonnées horaires $\{H, \delta\}$

$$\begin{cases} H \text{ (Angle horaire)} & \text{Compté sur l'équateur à partir du sud, positivement dans le sens horaire} \\ \delta \text{ (déclinaison)} & \text{Comptée à partir de l'équateur positivement vers le pôle nord} \end{cases}$$

Temps sidéral local

Un lieu d'observation sur la Terre est caractérisé par deux angles : la longitude du méridien local (λ), comptée positivement vers l'est à partir du méridien de Greenwich, et la latitude (φ), comptée à partir de l'équateur, positivement vers le nord.

En un lieu donné de longitude λ et à l'instant t , l'angle horaire $H_\gamma(\lambda, t)$ du point vernal γ s'appelle le *temps sidéral local*. Le temps sidéral est une fonction affine du temps de la forme :

$$H_\gamma(\lambda, t) = H_{\gamma 0} + \lambda + \Omega_{\text{sid}} t$$

La constante $H_{\gamma 0}$ est le temps sidéral de Greenwich à la date origine choisie conventionnellement le 1^{er} janvier 2000 à 12 h. Ω_{sid} est la vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de son axe polaire, mesurée dans un référentiel d'inertie : on dit aussi bien, par raccourci de langage, « rotation par rapport aux étoiles fixes » ou rotation sidérale .

Valeurs numériques : $\Omega_{\text{sid}} = 360,9856474^\circ/\text{jour} = 7,292115855 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$H_{\gamma 0} = 100,46062^\circ = 1,7533686 \text{ rad}.$$

Remarque : Cette rotation est extrêmement stable. Il a fallu maîtriser la technologie des horloges atomiques pour pouvoir mettre en évidence de toutes petites inégalités dans cette échelle de temps.

Ascension droite

L'ascension droite α d'un astre est comptée dans le sens direct de rotation autour de l'axe des pôles orienté du sud vers le nord (sens opposé au sens horaire).

L'angle horaire d'un astre en un lieu donné de longitude λ , est donc une fonction affine croissante du temps ayant pour expression :

$$H = H_\gamma(\lambda, t) - \alpha = H_{\gamma 0} + \lambda - \alpha + \Omega_{\text{sid}} t$$

Montures équatoriales

Tous les types de montures équatoriales sont constitués de deux axes concourants supposés orthogonaux :

- l'axe horaire (on dit aussi bien « axe *alpha* »), parallèle à l'axe de rotation de la Terre sur elle-même, autour duquel s'effectue le mouvement horaire.
- L'axe de déclinaison (on dit aussi bien « axe *delta* »), orthogonal à l'axe horaire, sur lequel on affiche la déclinaison. Le télescope est solidaire de l'axe de déclinaison par un mode de fixation qui diffère selon le type de monture.

Les deux types de montures les plus utilisées en astronomie amateur sont les *montures équatoriales à fourche* et les *montures équatoriales allemandes*.

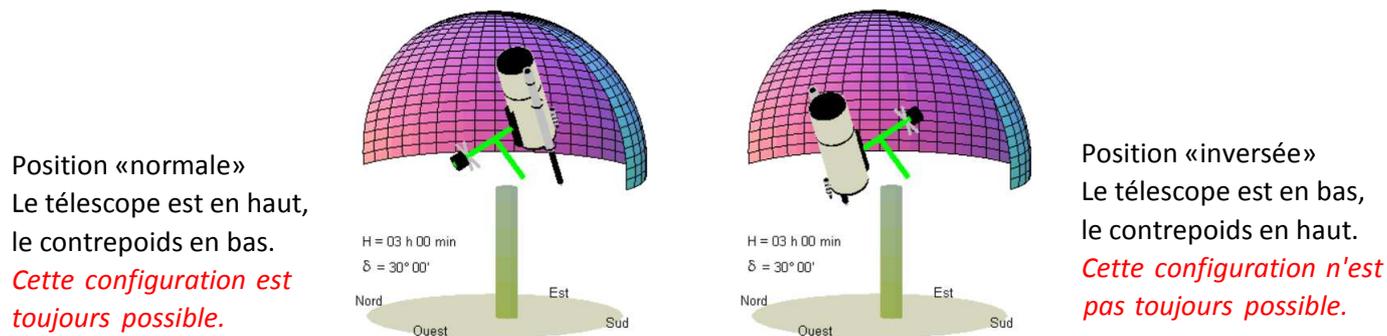


- Dans le cas d'une monture à fourche, le télescope est porté à l'intérieur d'une fourche en U de telle sorte que son axe optique soit concourant avec les deux axes de la monture.
- Dans le cas d'une monture allemande, le télescope est déporté, attaché à une extrémité de l'axe de déclinaison tandis qu'à l'autre extrémité est placé un contrepoids d'équilibrage.

Retournement d'une monture allemande

La transformation $\begin{cases} H \rightarrow H' = H + \pi \\ \delta \rightarrow \delta' = \pi - \delta \end{cases}$ conduit à observer dans la même direction du ciel.

Nous définissons ainsi deux configurations « duales » obtenues pour la monture allemande en permutant le télescope et le contrepoids. La configuration qui place le télescope plus haut que le contrepoids est toujours accessible tandis que la configuration qui place le télescope plus bas que le contrepoids n'est accessible que pour certaines directions de visée.



Position « normale »
Le télescope est en haut,
le contrepoids en bas.
Cette configuration est toujours possible.

Position « inversée »
Le télescope est en bas,
le contrepoids en haut.
Cette configuration n'est pas toujours possible.

Remarque : Dans le cas d'une monture à fourche, il existe aussi des configurations duales. Le retournement consiste alors à faire passer l'oculaire dans la fourche, ce qui n'est pas toujours possible.

3. Défaut d'orthogonalité de l'axe de déclinaison et de l'axe horaire

Notons $\Delta\beta$ le défaut d'orthogonalité entre l'axe horaire et l'axe de déclinaison, défini comme sur la figure suivante :

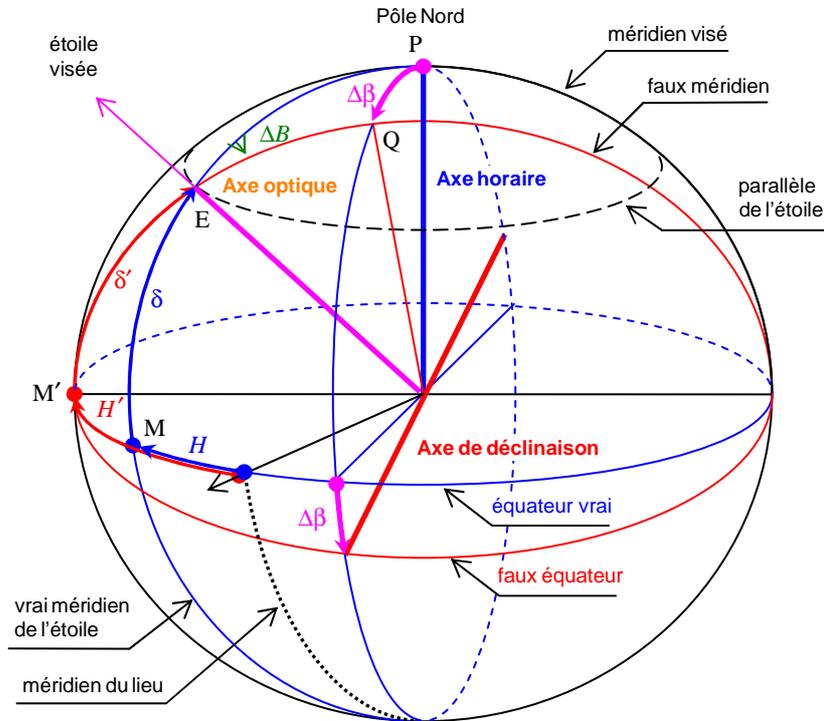


figure 1 : défaut d'orthogonalité des axes α et δ

Incidence sur le pointage

Nous repérons un astre dans le ciel par ses coordonnées horaires vraies $\{ H, \delta \}$

- $\left\{ \begin{array}{l} H \text{ (Angle horaire)} \\ \delta \text{ (déclinaison)} \end{array} \right.$ Compté sur l'équateur à partir du sud, positivement dans le sens horaire
- Comptée à partir de l'équateur positivement vers le pôle nord

$\{ H + \Delta H_\beta, \delta + \Delta\delta_\beta \}$ sont les coordonnées apparentes, valeurs qu'il faut afficher sur les axes de la monture supposés non orthogonaux. Un peu de trigonométrie sphérique nous permet d'établir les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sin \Delta H_\beta = \tan \Delta\beta \tan \delta \\ \sin(\delta + \Delta\delta_\beta) \cos \Delta\beta = \sin \delta \\ \cos(\delta + \Delta\delta_\beta) = \cos \delta \cos \Delta H_\beta \end{cases}$$

En considérant $\Delta\beta \ll 1$ rad (tout au plus s'agira-t-il de quelques minutes d'arc), nous pouvons limiter ces relations au premier ordre en considérant $\tan \Delta\beta \approx \Delta\beta$ et $\cos \Delta\beta \approx 1$. Ce qui nous donne une erreur en déclinaison nulle au premier ordre et une erreur en angle horaire nulle à l'équateur et très importante au voisinage du pôle :

$$\begin{cases} \cos \delta \Delta H_{\beta} = \sin \delta \Delta \beta \\ \Delta \delta_{\beta} = 0 \end{cases}$$

Remarque : $\cos \delta \Delta H$ correspond à la longueur de l'arc sur le parallèle de déclinaison δ .

$\{ \cos \delta \Delta H, \Delta \delta \}$ correspondent par conséquent aux coordonnées du vecteur d'erreur exprimées dans une base orthonormée dans le champ stellaire.

Incidence sur le suivi

Les défauts de pointage ne dépendent pas de l'angle horaire et sont donc indépendants du temps : le défaut d'orthogonalité entre les axes δ et α de la monture n'induit aucune dérive.

Incidence sur le retournement (monture allemande)

La transformation $\begin{cases} H \rightarrow H' = H + \pi \\ \delta \rightarrow \delta' = \pi - \delta \end{cases}$ conduit à $\begin{cases} \cos \delta \Delta H'_{\beta} = -\sin \delta \Delta \beta = -\cos \delta \Delta H_{\beta} \\ \Delta \delta'_{\beta} = 0 = \Delta \delta_{\beta} \end{cases}$

Lors du retournement du télescope sur une monture allemande, un défaut d'orthogonalité entre l'axe de déclinaison et l'axe horaire change le signe de l'erreur de visée en angle horaire et n'introduit pas davantage d'erreur de visée en déclinaison.

4. Défaut d'orthogonalité entre l'axe optique et de l'axe de déclinaison

Notons $\Delta \chi$ le défaut d'orthogonalité entre l'axe optique et l'axe de déclinaison, défini comme sur la figure 2.

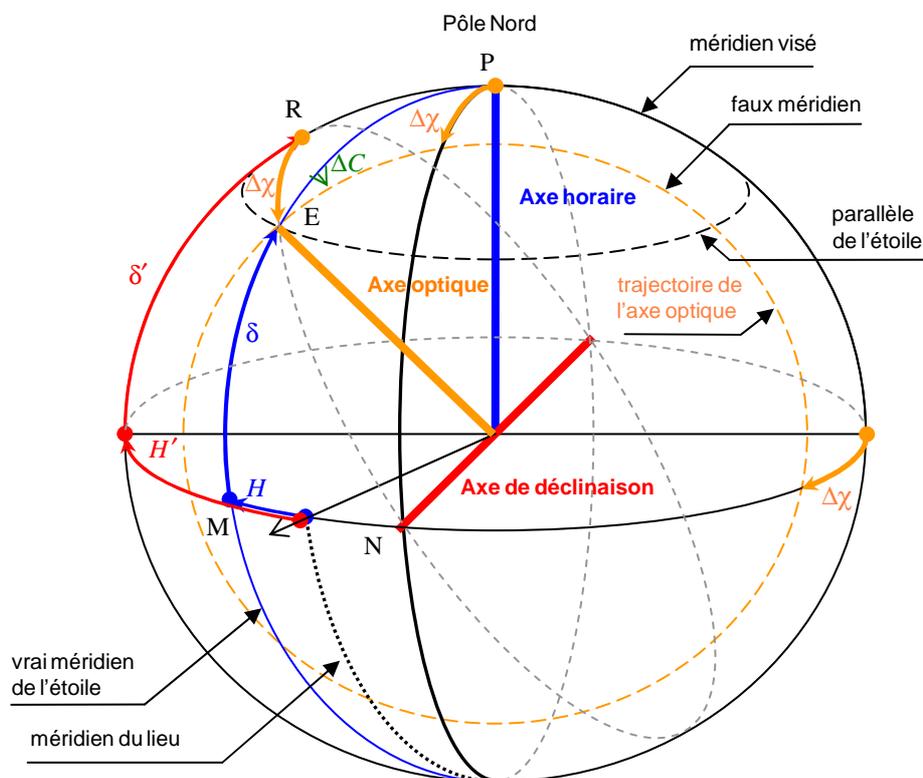


figure 2 : défaut d'orthogonalité entre l'axe optique et l'axe δ

Incidence sur le pointage

Les relations suivantes sont alors satisfaites :

$$\begin{cases} \sin \delta' \cos \Delta\chi = \sin \delta \\ \cos \delta \sin (H' - H) = \sin \Delta\chi \\ \cos \delta' \cos \Delta\chi = \cos (H' - H) \cos \delta \end{cases}$$

Ce qui nous donne une erreur en déclinaison nulle au premier ordre et une erreur en angle horaire très importante au voisinage du pôle :

$$\begin{cases} \cos \delta \Delta H_x = \Delta\chi \\ \Delta\delta_x = 0 \end{cases}$$

Incidence sur le suivi

Les défauts de pointage ne dépendent pas de l'angle horaire et sont donc indépendants du temps : le défaut d'orthogonalité entre l'axe optique et l'axe δ n'induit aucune dérive.

Incidence sur le retournement (monture allemande)

La transformation $\begin{cases} H \rightarrow H' = H + \pi \\ \delta \rightarrow \delta' = \pi - \delta \end{cases}$ conduit à $\begin{cases} \cos \delta \Delta H'_x = -\Delta\chi = -\cos \delta \Delta H_x \\ \Delta\delta'_x = 0 = \Delta\delta_x \end{cases}$

Lors du retournement du télescope sur une monture allemande, un défaut d'orthogonalité entre l'axe de déclinaison et l'axe optique change le signe de l'erreur de visée en angle horaire et n'introduit pas davantage d'erreur de visée en déclinaison.

5. Mesure des défauts d'orthogonalité

Retournement d'une monture allemande

La transformation de retournement $\begin{cases} H \rightarrow H' = H + \pi \\ \delta \rightarrow \delta' = \pi - \delta \end{cases}$ conduit à :

$$\begin{cases} \cos \delta \Delta H' = -\sin \delta \Delta\beta - \Delta\chi = -\cos \delta \Delta H \\ \Delta\delta' = \Delta\delta = 0 \end{cases}$$

Le retournement du télescope sur une monture allemande double l'erreur en angle horaire et n'introduit pas d'erreur en déclinaison.

$$\begin{cases} \cos \delta (\Delta H - \Delta H') = 2 \sin \delta \Delta\beta + 2 \Delta\chi \\ \Delta\delta - \Delta\delta' = 0 \end{cases}$$

En opérant plusieurs mesures pour des étoiles de différentes déclinaisons, il sera ainsi possible d'accéder à la mesure de $\Delta\beta$ et de $\Delta\chi$.

En particulier à l'équateur :

$$(\Delta H - \Delta H')_{\text{éq}} = 2 \Delta\chi$$

Au voisinage du pôle le retournement n'est possible que dans des conditions très particulières, lorsque la polaire est proche du méridien. Nous obtenons alors :

$$\cos \delta_{\text{pol}} (\Delta H - \Delta H')_{\text{pol}} = 2\Delta\beta + 2\Delta\chi$$

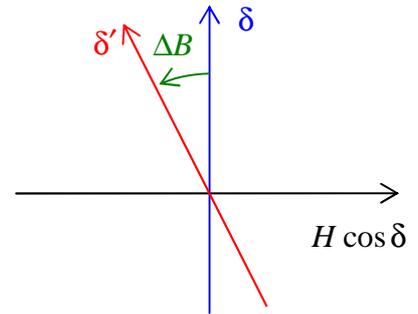
Inclinaison du champ polaire

Les défauts d'orthogonalité se trouvent fortement amplifiés dès lors que l'on observe une étoile proche du pôle. Les déplacements en alpha et en delta ne sont alors pas orthogonaux et l'inclinaison est d'autant plus marquée que l'étoile est proche du pôle.

1. Plaçons-nous dans l'hypothèse $\Delta\chi = 0$ et $\Delta\beta \neq 0$ (cf figure 1).

La relation des sinus¹ dans le triangle sphérique PQE s'écrit :

$$\frac{\sin \Delta\beta}{\sin \Delta B} = \frac{\cos \delta}{\sin(\pi/2)} \quad \text{soit} \quad \sin \Delta B = \frac{\sin \Delta\beta}{\cos \delta}$$



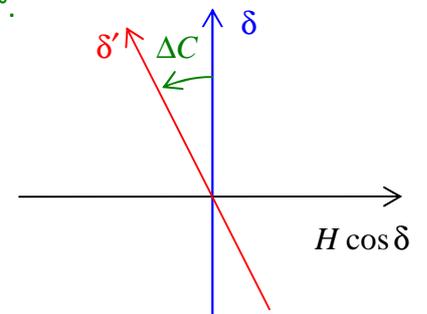
ΔB représente le défaut d'équerrage du champ. Lorsque l'on est proche du pôle, le cosinus de la déclinaison est très petit et une toute petite valeur du défaut d'orthogonalité des axes $\Delta\beta$ peut impliquer une valeur notable de ΔB .

Exemple : pour l'étoile polaire αUMi , de déclinaison $\delta_{\alpha UMi} = 89^\circ 19'$, un défaut d'orthogonalité de 10 minutes d'arc se traduit par un défaut d'équerrage du champ de 14,5°.

2. Plaçons-nous dans l'hypothèse $\Delta\beta = 0$ et $\Delta\chi \neq 0$ (cf figure 2).

En écrivant la relation des sinus dans les deux triangles sphériques PRE et EMN, on obtient après quelques calculs trigonométriques :

$$\sin \Delta C = \tan \delta \tan \Delta\chi$$



Remarque : Les calculs sont beaucoup plus compliqués si l'on est en présence simultanément des deux défauts d'orthogonalité. Toutefois, si le défaut d'équerrage du champ reste petit par rapport à un radian, dans une approximation au premier ordre nous aurons :

$$\Delta B + \Delta C = \frac{\Delta\beta + \sin \delta \Delta\chi}{\cos \delta}$$

¹ Dans un triangle sphérique dont les côtés sont dessinés sur des grands cercles, le rapport du sinus d'angle au sommet et du sinus de la mesure de l'arc opposé est le même pour les trois sommets.

6. Compensation des défauts d'orthogonalité

L'étude suivante concerne la monture allemande de l'Observatoire de la Pointe du Diable. Il s'agit d'une monture construite dans les années 50 par la société *SECIA* de Manosque, reprise et adaptée pour la motorisation par *Serge Deconihout*, société *Valméca* à Puimichel.

Origine des défauts

Une extrémité de l'axe delta est usinée dans une forme tronconique mâle et le berceau de fixation du télescope, comprenant la forme tronconique femelle conjuguée, y est attaché par un vissage extrêmement rigide. La liaison entre l'axe alpha et le berceau support de l'axe delta est conçue à l'identique. La hauteur du tronc de cône est de l'ordre de grandeur de 50 mm.

Cela fait qu'une petite oxydation d'épaisseur 0,1 mm peut provoquer un défaut d'orthogonalité $\Delta\beta = 0,1 / 50 = 2 \times 10^{-3} \text{ rad} \approx 7 \text{ minutes d'arc}$.



À l'origine, l'usinage a sans doute été réalisé avec la précision du centième de millimètre, ce qui assurait une orthogonalité meilleure que la minute d'arc. Mais en un demi-siècle, des oxydations sont apparues. Elles ont été traitées par sablage suivi de métallisation à froid puis peintes. Des défauts subsistent qui peuvent induire des écarts à l'orthogonalité supérieurs à 10 minutes d'arc, aussi bien pour la liaison entre les axes alpha et delta ($\Delta\beta$) que pour la liaison entre l'axe delta et le tube du télescope ($\Delta\chi$).

Corrections d'inclinaison

La figure ci-contre représente des corrections (fortement exagérées) dans le cas où $\Delta\beta$ et $\Delta\chi$ sont tous deux positifs.

La correction d'inclinaison de l'axe de déclinaison sur l'axe horaire se fait par introduction d'une cale sous l'un des paliers de l'axe delta (épaisseur de 0,18 mm par minute d'arc à compenser).

La correction d'inclinaison de l'axe optique sur l'axe de déclinaison se fait par un système de vis poussantes / vis tirantes fixant le berceau du télescope à son support. (0,19 mm par minute d'arc à compenser).

