Mise en station d'une monture équatoriale
Méthode de Bigourdan

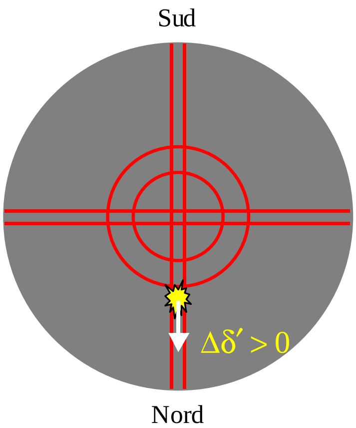
1. Principe de la méthode

Réglage d'azimut

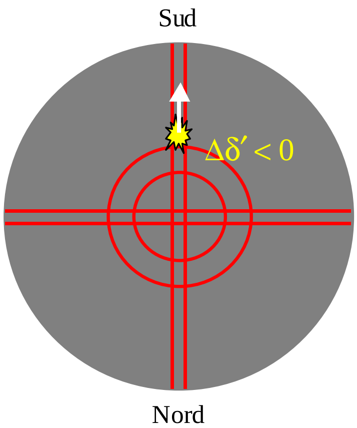
Observons la dérive en déclinaison d'une étoile lors de son passage au méridien.

Si l'étoile se déplace dans le champ vers le *nord* $(\Delta\delta' > 0)$, alors cela signifie que ΔA est positif et il convient de faire pivoter la monture dans le sens horaire, soit à déplacer l'extrémité supérieure de l'axe horaire vers l'*est*.

Si l'étoile se déplace dans le champ vers le *sud* $(\Delta\delta' < 0)$, alors cela signifie que ΔA est négatif et il convient de faire pivoter la monture dans le sens direct, soit à déplacer l'extrémité supérieure de l'axe horaire vers l'*ouest*.



$H = 0$ h et dérive vers le *nord* : faire pivoter la monture dans le sens horaire



$H = 0$ h et dérive vers le *sud* : faire pivoter la monture dans le sens direct

Remarquons qu'une éventuelle dérive horaire d'une étoile observée dans ces conditions ne peut être due à un mauvais positionnement de la monture. Il faut, dans ce cas, incriminer une mauvaise qualité de la poursuite horaire.

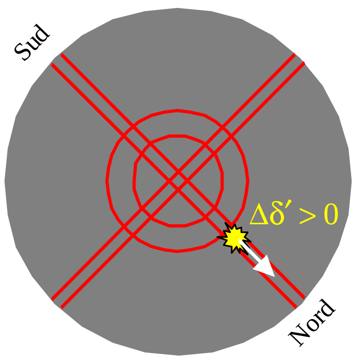
La poursuite horaire se fait à la vitesse angulaire Ω dont la valeur théorique est de 1 tour en 23 h 56 min 4,09 s $\left(\Omega = 7,29212 \times 10^{-5}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}\right)$. Tout écart par rapport à cette valeur entraînera une dérive en angle horaire. Dans le but de caler la monture, il vaut mieux ne pas prendre en considération les dérives horaires : cela permet de sérier les problèmes et en particulier de ne pas être dépendant de l'erreur périodique due à l'imperfection de la vis sans fin.

Réglage de hauteur du pôle

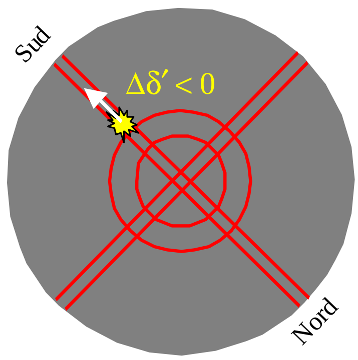
La monture étant calée en azimut $(\Delta A = 0)$, observons une étoile circumpolaire au voisinage de son passage en quadrature du méridien, soit à l'*ouest* $(H = 6\text{h})$, soit à l'*est* $(H = 18\text{h})$. La dérive ne dépend alors pas de la déclinaison de l'étoile, toutefois il convient de choisir un astre dont la hauteur sur l'horizon est suffisante $(h > 45°)$ pour que les effets de réfraction atmosphérique ne perturbent pas trop les mesures.

Observons une étoile à l'*est* $(H = 18\text{h})$. Si l'étoile se déplace dans le champ vers le *nord* $(\Delta\delta' > 0)$, alors cela signifie que $\Delta\varphi$ est positif et il convient de rabaisser l'axe horaire de la monture.

Toujours pour une étoile à l'*est*, si elle se déplace dans le champ vers le *sud* $(\Delta\delta' < 0)$, alors cela signifie que $\Delta\varphi$ est négatif et il convient de relever l'axe horaire de la monture.

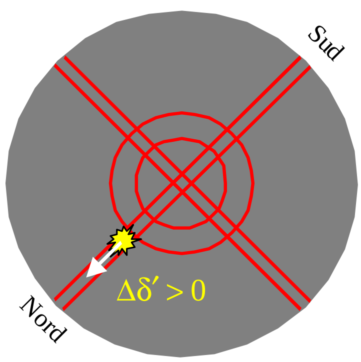


$H = 18\,\text{h}$ et dérive vers le *nord* :
il faut rabaisser
l'axe horaire de la monture.

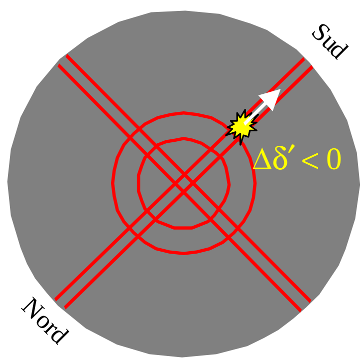


$H = 18\,\text{h}$ et dérive vers le *sud* :
il faut relever
l'axe horaire de la monture.

Bien sûr, il est possible d'observer une étoile à l'*ouest* $(H = 6\text{h})$. Les conclusions devront alors être inversées, une dérive vers le *nord* demandant dans ce cas de relever l'axe horaire.



$H = 6\,\text{h}$ et dérive vers le *nord* :
il faut relever
l'axe horaire de la monture.

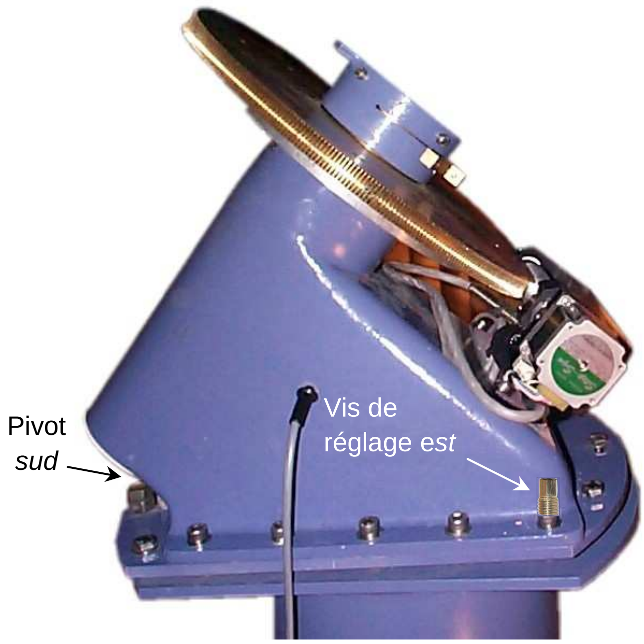


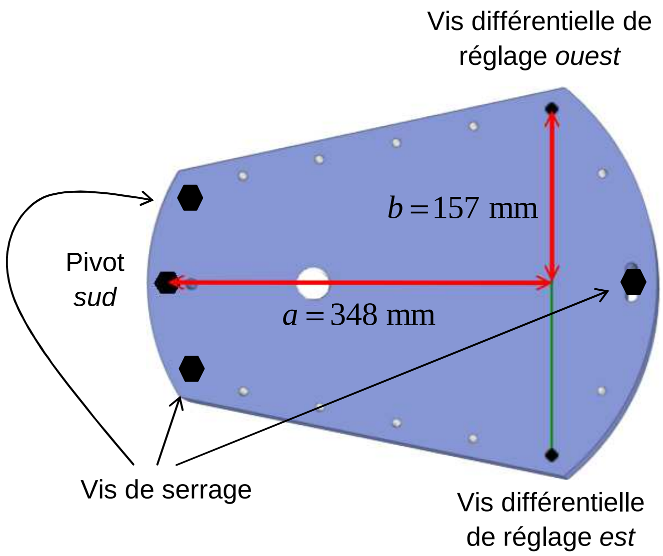
$H = 6\,\text{h}$ et dérive vers le *sud* :
il faut rabaisser
l'axe horaire de la monture.

2. Étude quantitative

Description de la monture

Une bonne connaissance de la monture est indispensable. Nous étudions ici une monture équatoriale comprenant **un pivot** côté *sud*, au pied de l'axe horaire, **deux vis différentielles de réglage** côté *nord* (une à l'*est* et une autre à l'*ouest*) et enfin **trois vis de serrage** permettant, lorsque la mise en station est achevée, de figer la situation pour l'éternité.





Les vis différentielles de réglage comportent un double filet :

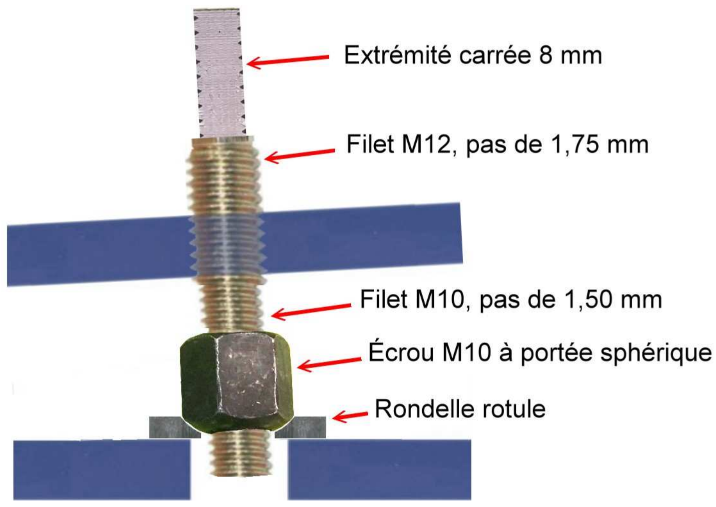
La partie supérieure est un filet de diamètre $\phi_1 = 12$ mm au pas iso $h_1 = 1{,}75$ mm tandis que la partie inférieure est un filet de diamètre $\phi_2 = 10$ mm au pas iso $h_2 = 1{,}50$ mm.

Cela fait que chaque tour de vis dans le sens direct provoque un écartement des deux plaques de la distance supplémentaire :

$$h = h_1 - h_2 = 0{,}25 \text{ mm}$$

L'écrou à portée sphérique s'appuyant sur une rondelle rotule permet un angle d'inclinaison des vis de réglage de plusieurs degrés sans que cela compromette l'efficacité du dispositif.

De plus, la portée des vis se faisant sur une demi-douzaine de filets, l'évolution verticale se réalise sans bond.



Un vissage symétrique du même angle α des deux vis de réglage *est* et *ouest* provoque un relèvement de l'axe horaire de la monture d'un angle

$$\Delta\varphi = \frac{h}{a}\frac{\alpha}{2\pi}.$$

Application numérique : avec $a = 348$ mm et $h = 0{,}25$ mm, cela donne $\Delta\varphi = 2{,}5$ minutes d'arc pour $\alpha = 1$ tour.

Un vissage antisymétrique d'un angle $+\beta$ de la vis de réglage *ouest* et $-\beta$ de la vis de réglage *est* provoque une rotation azimutale de l'axe horaire dans le sens horaire d'un angle

$$\Delta A = \frac{h}{b}\tan\varphi\,\frac{\beta}{2\pi}.$$

Application numérique : avec ici $b = 157$ mm, $h = 0{,}25$ mm et $\varphi = 48{,}36°$, cela correspond à un angle de l'ordre de grandeur de $\Delta A = 6{,}2$ minutes d'arc pour $\beta = 1$ tour… Grâce aux vis à double filet, nous pouvons atteindre une précision de calage de 0,1 minute d'arc.

Expression des dérives

Soit une étoile de coordonnées horaires vraies $\{H, \delta\}$. Ses coordonnées horizontales $\{A, h\}$ sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
&\sin h = \sin\varphi\,\sin\delta + \cos\varphi\,\cos\delta\,\cos H\\
&\cos h\,\sin A = \cos\delta\,\sin H\\
&\cos h\,\cos A = -\cos\varphi\,\sin\delta + \sin\varphi\,\cos\delta\,\cos H
\end{aligned}$$

Ces formules sont établies avec la convention usuelle en astronomie de compter l'azimut dans le sens horaire à partir du méridien *sud* (ce n'est pas inutile de le préciser : les marins et les géographes comptent généralement l'azimut à partir du *nord*). Dans le système de coordonnées horizontales de la monture, l'azimut apparent de l'étoile devient $A' = A + \Delta A$ tandis que la hauteur h est inchangée. La hauteur du pôle apparent devient $\varphi' = \varphi + \Delta\varphi$.

Les coordonnées horaires apparentes $\{H', \delta'\}$ que l'on notera $\{H + \Delta H, \delta + \Delta\delta\}$ sont données par les formules de conversion inverses :

$$\begin{aligned}
&\sin\delta' = \sin\varphi'\,\sin h - \cos\varphi'\,\cos h\,\cos A'\\
&\cos\delta'\,\sin H' = \cos h\,\sin A'
\end{aligned}$$

Le développement limité au premier ordre conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned}
\Delta\delta &= \cos H\,\Delta\varphi + \sin H\cos\varphi\,\Delta A\\
\Delta H\cos\delta &= \sin\delta\sin H\,\Delta\varphi + \left(\cos\delta\sin\varphi - \sin\delta\,\cos H\cos\varphi\right)\Delta A
\end{aligned}$$

Avec $H = H_0 + \Omega_{\text{sid}}\,t$, cela donne une expression des vitesses de dérive :

$$\begin{aligned}
\omega_\delta &= \frac{d\Delta\delta}{dt} = -\Omega_{\text{sid}}\sin H\,\Delta\varphi + \Omega_{\text{sid}}\cos H\cos\varphi\,\Delta A\\
\omega_H\cos\delta &= \frac{d\Delta H}{dt}\cos\delta = \Omega_{\text{sid}}\sin\delta\,\cos H\,\Delta\varphi + \Omega_{\text{sid}}\sin\delta\,\sin H\cos\varphi\,\Delta A
\end{aligned}$$

Seule nous intéresse la vitesse de dérive en déclinaison, qui prend les valeurs particulières pour le passage au méridien ou en quadrature du méridien :

Passage au méridien	$(H = 0)$	$\omega_\delta = +\Omega_{\text{sid}} \cos\varphi \, \Delta A$
Passage en quadrature *ouest* du méridien	$(H = 6\text{h})$	$\omega_\delta = -\Omega_{\text{sid}} \, \Delta\varphi$
Passage en quadrature *est* du méridien	$(H = 18\text{h})$	$\omega_\delta = +\Omega_{\text{sid}} \, \Delta\varphi$

Application numérique : pour $\Delta\varphi < 1'$, la vitesse de dérive est alors inférieure à $0,3$ seconde d'arc par minute de temps. Il faudra alors être très patient pour observer objectivement une dérive aussi faible, mais cela est possible et, avec beaucoup de soin, nous pouvons espérer caler la monture avec une incertitude de l'ordre du dixième de minute d'arc. Nous atteignons alors les limites de la méthode.

3. Influence de la réfraction atmosphérique

Phénomène de réfraction

La réfraction atmosphérique ne modifie pas l'azimut d'un astre mais relève cet astre d'un angle Δh, toujours positif, dont la valeur est d'autant plus grande que l'on s'approche de l'horizon.

Proche de l'horizon, le relèvement atteint $0,6°$, ce qui signifie qu'un astre comme le Soleil ou la Lune dont le diamètre apparent est proche de $0,5°$ est en réalité déjà couché depuis plusieurs minutes de temps au moment où on le voit « se poser » sur l'horizon. C'est dire si le phénomène est important.

Sauf au voisinage de l'horizon où le phénomène est beaucoup plus difficile à modéliser, le modèle suivant est tout à fait satisfaisant : en excellente approximation, pour des hauteurs d'astre h supérieures à $5°$, le relèvement dû à la réfraction est proportionnel à l'écart entre l'indice de l'air et l'indice du vide et a pour expression :

$$\Delta h \approx \frac{n-1}{\tan h} \qquad \text{avec} \qquad n-1 = (n_0 - 1)\frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T} \qquad \text{où} \qquad \begin{cases} n_0 - 1 = 2,93\times10^{-4} \\ p_0 = 1 \text{ bar} \\ T_0 = 273 \text{ K} \end{cases}$$

pour $p = p_0 = 1,00$ bar (pression atmosphérique normale) et $T = 288$ K $(15°\text{C})$, nous prendrons $n - 1 = 2,8\times10^{-4}$. Nous observons ainsi une réfraction de l'ordre de grandeur de une minute d'arc $(1')$ pour une hauteur de $45°$ et de onze minutes d'arc $(11')$ pour une hauteur de $5°$.

Conséquence sur les dérives

Notons qu'une étoile dont la hauteur dans le ciel est stationnaire (c'est le cas lors du passage au méridien) subit une réfraction stationnaire. Cela implique que le phénomène de réfraction atmosphérique n'induit pas, dans ce cas, de vitesse de dérive de l'étoile, que ce soit en déclinaison ou en angle horaire.

En conséquence, la première phase de la méthode de Bigourdan qui consiste à observer le passage au méridien d'une étoile, n'est absolument pas affectée par le phénomène de réfraction : l'orientation de la monture en azimut se fait sans défaut.

Par contre, en toute autre circonstance, la dérive en déclinaison d'une étoile est affectée d'une contribution due à la variation de la réfraction.

Pour des hauteurs d'astre supérieures à 5°, à l'expression suivante du déplacement en déclin aison $\Delta\delta$ et de la vitesse angulaire de dérive ω_δ :

$$\Delta\delta = -\sin H \cos\varphi \;\; \Delta A + \cos H \, \Delta\varphi + (n-1)\frac{\sin\varphi\cos\delta - \cos\varphi\sin\delta\cos H}{\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H}$$

$$\omega_\delta = \frac{d\Delta\delta}{dt} = -\Omega_{\text{sid}}\cos H\cos\varphi \;\; \Delta A - \Omega_{\text{sid}}\sin H\,\Delta\varphi + \Omega_{\text{sid}}(n-1)\frac{\cos\varphi\sin\varphi\sin H}{(\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H)^2}$$

Pour application à la méthode de Bigourdan, cela donne :

Passage au méridien $(H=0)$ $\quad \omega_\delta = +\Omega_{\text{sid}}\cos\varphi\;\Delta A$

Passage en quadrature *ouest* du méridien $(H=6\text{h})$ $\quad \omega_\delta = -\Omega_{\text{sid}}\left(\Delta\varphi - \dfrac{n-1}{\tan\varphi\,(\sin\delta)^2}\right)$

Passage en quadrature *est* du méridien $(H=18\text{h})$ $\quad \omega_\delta = +\Omega_{\text{sid}}\left(\Delta\varphi - \dfrac{n-1}{\tan\varphi\,(\sin\delta)^2}\right)$

L'effet dû à la réfraction atmosphérique est fonction de la déclinaison de l'étoile. L'annulation de la vitesse de dérive dispose la monture avec un défaut résiduel de hauteur du pôle $\Delta\varphi = \dfrac{n-1}{\tan\varphi\,(\sin\delta)^2}$.

Dans les conditions normales de température et de pression, $n-1 = 0{,}000\,2925 \simeq 3\times10^{-4}$. La valeur de $\Delta\varphi$ est minimale si l'on choisit **une étoile très proche du pôle** $(\sin\delta \simeq 1)$. En appliquant la méthode de Bigourdan à une telle étoile, on cale la monture sur le **pôle réfracté** et les défauts de positionnement résiduels sont :

$$\Delta A = 0 \quad \text{et} \quad \Delta\varphi = \frac{n-1}{\tan\varphi} \simeq 3\times10^{-4}\,\text{rad} \simeq 1'$$

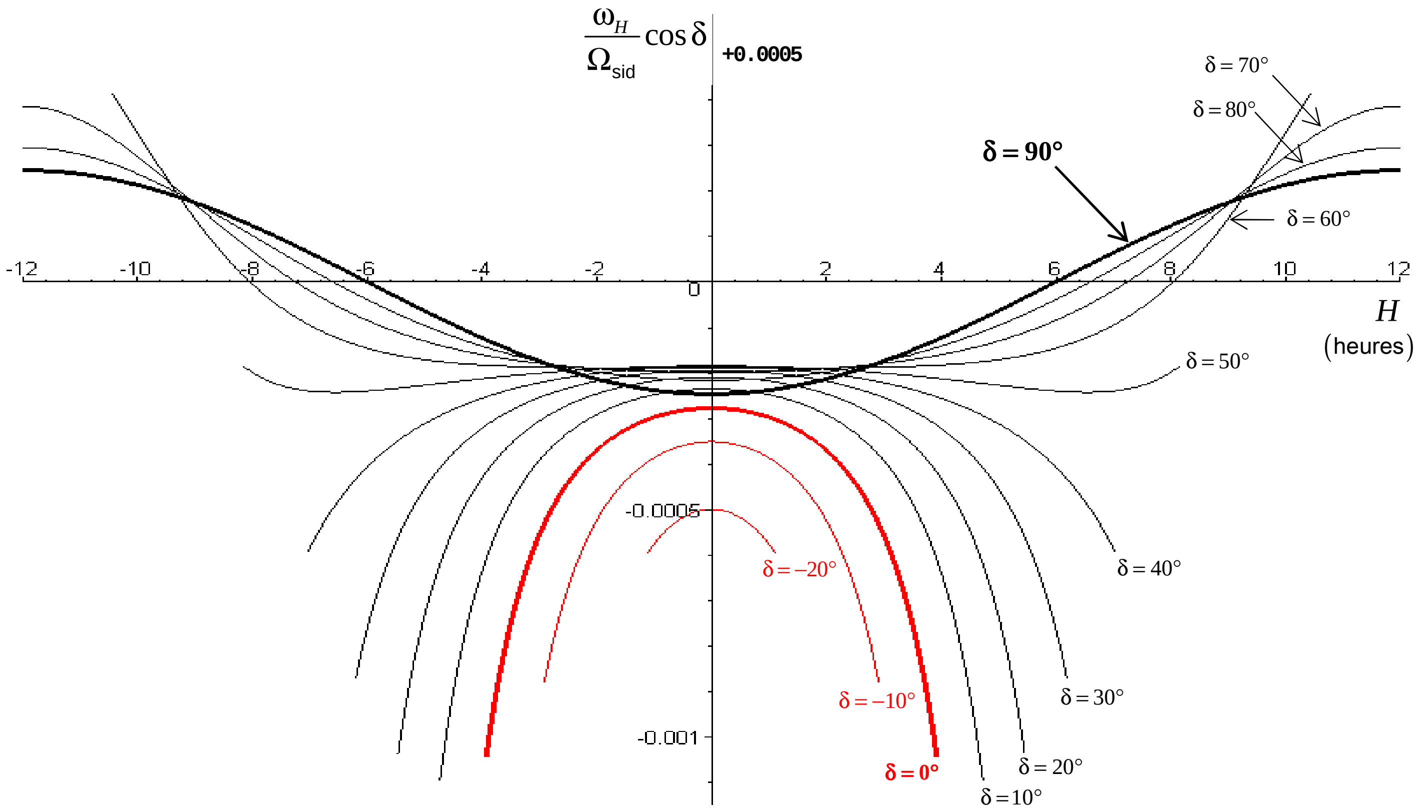
Application numérique : pour notre monture, un tour de vis correspondant à 2,5', on passe du pôle réfracté au pôle réel en dévissant symétriquement les deux vis de réglage de 145°.

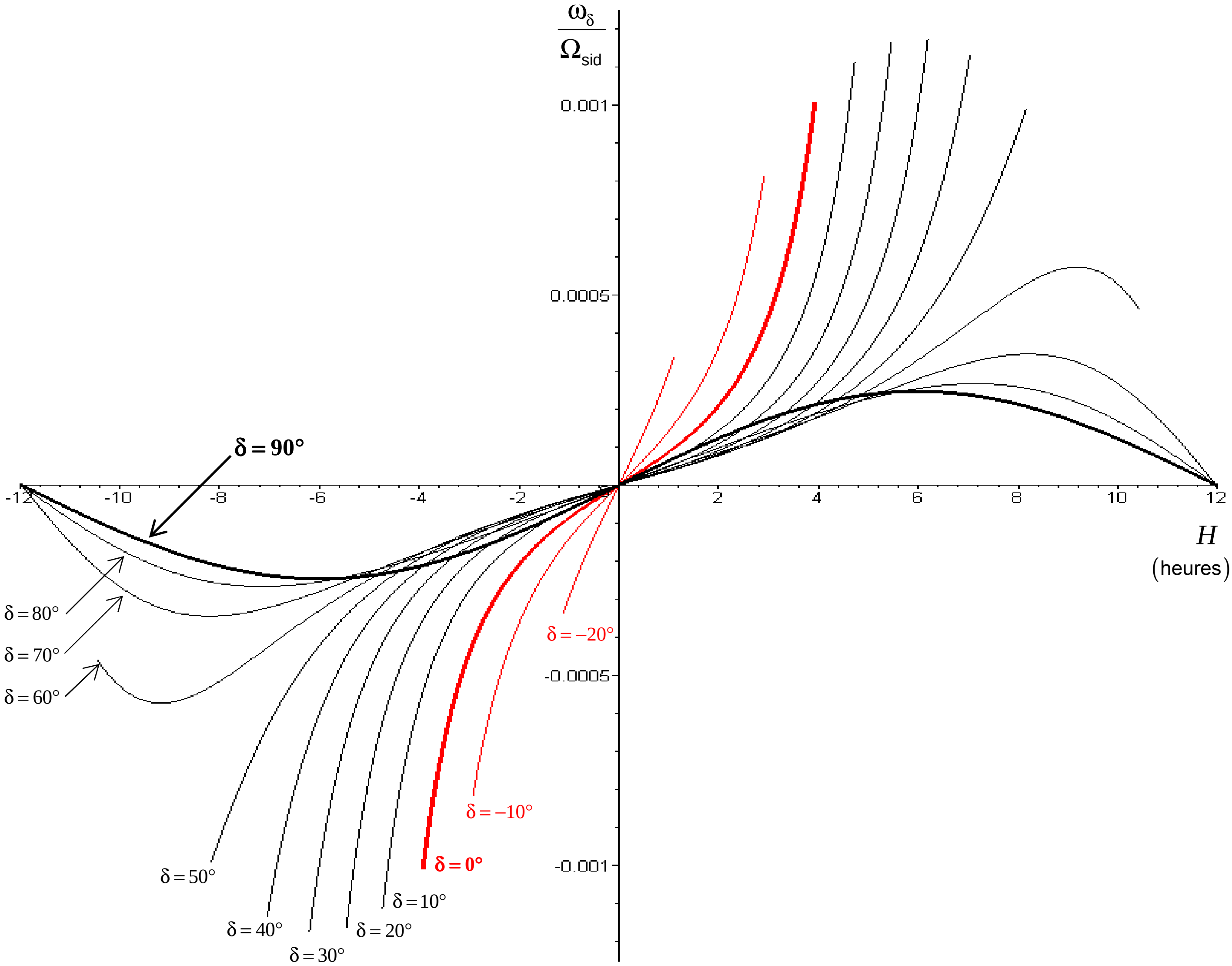
Dérives résiduelles, correction de King

Dans l'hypothèse où la monture est parfaitement mise en station et qu'elle ne présente aucun défaut, la variation de la réfraction reste la seule cause de dérive d'une étoile dans le champ du télescope. Les vitesses angulaires de dérive ont alors pour expression :

$$\begin{cases} \omega_\delta = +\Omega_{\text{sid}}(n-1)\dfrac{\sin\varphi\,\cos\varphi\,\sin H}{(\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H)^2} \\[2ex] \omega_H\cos\delta = -\Omega_{\text{sid}}(n-1)\dfrac{\cos\varphi(\sin\varphi\,\sin\delta\,\cos H + \cos\varphi\,\cos\delta)}{(\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H)^2} \end{cases}$$

Les courbes suivantes représentent les corrections de vitesse angulaire de King en fonction de l'angle horaire et pour différentes déclinaisons en un lieu de latitude 48°. Les courbes sont limitées pour des hauteurs d'astre supérieures à 20°. Elles représentent les vitesses sur le fond du c iel ω_δ et $\omega_H\cos\delta$ exprimées en fraction de vitesse angulaire sidérale Ω_{sid}. Notons que 1 millième de vitesse angulaire sidérale correspond à 0,9 seconde d'arc par minute de temps, ce qui peut être pris en compte.


$\frac{\omega_H}{\Omega_{sid}} \cos\delta$
+0.0005
-0.0005
-0.001
-12 -10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10 12
H
(heures)
δ = 90°
δ = 80°
δ = 70°
δ = 60°
δ = 50°
δ = 40°
δ = 30°
δ = 20°
δ = 10°
δ = 0°
δ = −10°
δ = −20°


$\frac{\omega_\delta}{\Omega_{sid}}$
0.001
0.0005
-0.0005
-0.001
-12 -10 -8 -6 -4 -2 2 4 6 8 10 12
H
(heures)
δ = 90°
δ = 80°
δ = 70°
δ = 60°
δ = 50°
δ = 40°
δ = 30°
δ = 20°
δ = 10°
δ = 0°
δ = −10°
δ = −20°